

Resolución de problemas mediante ecuaciones.

<p>1.- La suma de un número con el doble de ese mismo número es 72. ¿Cuál es ese número?</p>	<p>2.- Un señor compró 2 kilos de papas y 3 de tomates. El kilo de papas costaba 25 pesos más que el de tomates. Si en total pagó 1100 pesos. ¿Cuánto costaba el kilo de papas? ¿Y el de tomates?</p>
<p>Marina tiene dos hermanas: Pilar y Teresa. La mayor es Marina y la menor, Teresa. Cada una es dos años mayor que la siguiente y entre las tres suman 36 años. ¿Qué edad tiene cada una?</p>	<p>4.- Tres números consecutivos suman 150. ¿Cuáles son estos tres números?</p>
<p>5.- La base de un rectángulo es cinco veces mayor que su altura y el perímetro de ese rectángulo mide 240 metros. ¿Cuánto miden la base y la altura de ese rectángulo?</p>	<p>6.- El lado de un cuadrado mide 4 cm. más que el lado de otro cuadrado. Además, el lado del primer cuadrado es el triple del lado del segundo. ¿Cuánto mide el perímetro de cada cuadrado?</p>
<p>7.- La base de un rectángulo mide 7 cm. más que su altura, y el perímetro del rectángulo es 26 cm. ¿Cuánto miden la base y la altura?</p>	<p>8.- Si el largo de un rectángulo mide 6 cm. y su área es igual a su perímetro. ¿Cuánto mide el ancho del rectángulo?</p>

RECUERDA:

El **producto** de dos potencias de **igual base** es otra potencia, que **conserva la misma base** y **su exponente es la suma de los exponentes** de los factores que constituyen el producto.

Es decir, **a** es un número entero y **n** y **m** son dos números naturales, entonces:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

El **cociente** de dos potencias de **igual base** es otra potencia, que **conserva la misma base** y su **exponente es la diferencia de los exponentes** de los términos que constituyen el cociente.

Es decir, si **a** es un número entero y **n** y **m** son dos números naturales, entonces:

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

lo que es equivalente a que: $a^n / a^m = a^{n-m}$

Toda potencia de base entera distinta de cero y exponente cero es igual a uno.

Es decir, si a es un número entero, $a \neq 0$ entonces: $a^0 = 1$

$$(-3)^4 : (-3)^4 = (-3)^{4-4} = (-3)^0 = 1$$

Todo número entero de exponente uno, es igual al mismo número.

Es decir, si a es un número entero, entonces $a^1 = a$

$$(-3)^5 : (-3)^4 = (-3)^{5-4} = (-3)^1 = -3$$

Para multiplicar potencias de distinta base e igual exponente, se multiplican las bases y se conserva el exponente.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

La potencia de una potencia de un número entero es otra potencia que tiene como base el número entero y como exponente, el producto de los exponentes de las potencias.

Es decir, si a es un número entero, entonces:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\begin{aligned} [(-6)^2]^3 &= (-6)^{2 \cdot 3} = (-6)^6 = -6 \cdot -6 \cdot -6 \cdot -6 \cdot -6 \cdot -6 = \\ &= 46.656 \end{aligned}$$

Se define la potencia n de un número entero a y se denota a^n Al producto de a por si mismo, n veces, esto es:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a$$


n veces

Al número $n \in \mathbb{N}$ se le llama exponente; y al número $a \in \mathbb{Z}$ se le llama base.

Si la base es un número entero positivo, el valor de la potencia es un número entero positivo.

Propiedades de las potencias

1.- La potenciación es distributiva con respecto de la multiplicación.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

2.- La potenciación es distributiva con respecto de la división.

$$(a / b)^n = a^n / b^n$$

OBSERVACIONES

1.- La potenciación no es distributiva con respecto de la adición ni de la sustracción.

2.- La potenciación no es una operación asociativa.

3.- La potenciación no es una operación conmutativa:

$$a^n \neq n^a \quad \forall a, n \in \mathbb{R}, \text{ si } a \neq n$$

La única excepción conocida a esta regla general, con números pequeños es :

Si la base es un número entero negativo y el exponente es un número natural impar, el valor de la potencia es un número entero negativo.

Ejemplo:

$$(-6)^3 = -6 \cdot -6 \cdot -6 = -216$$

Toda potencia de exponente negativo es igual al valor recíproco de la base elevada al exponente positivo correspondiente.

$$a^{-n} = [1/a]^n \quad \forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

ACTIVIDADES CON CALCULADORA

1.- COMBINANDO DÍGITOS

OBJETIVO:

Descubrir números que resulten de la combinación de dígitos.
Aplicar el principio de valor posicional en la escritura de números.

Materiales:

- ◆ Calculadora, papel y lápiz.
- ◆ Tarjetas con seis dígitos del cero al nueve.

3,2,1
0,4,2

1,3,5
7,9,0

4,5,6
7,8,9

2,4,6
7,8,9

0,6,3
5,2,1

0,1,3
9,4,2

- ◆ Tarjetas con los dígitos del uno al nueve.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Reglas:

1.- Participan dos jugadores y usan un tablero como el siguiente:

	□	□	□
+	□	□	□
□	□	□	□

2.- Cada jugador saca una tarjeta con 6 dígitos y con sus cartas de dígitos realiza lo siguiente sobre el tablero respectivo:

- a) La mayor suma posible.
- b) La menor suma posible.
- c) La suma posible más cercana a 1500.
- d) La suma posible más cercana a 2000.

3.- Gana el jugador que termina primero con las 4 tareas correctas, cada una de ellas vale un punto.

4.- Continúa el juego realizando actividades similares hasta acabar las tarjetas.

2.- CALCULADORA Y DADOS.

Objetivo: Práctica de operatoria.

Materiales:

- ◆ Calculadora
- ◆ Dos dados
- ◆ Papel y lápiz

Reglas:

- 1.- Participan dos jugadores.
- 2.- Cada jugador entra el número 21 en la calculadora.
- 3.- Se turnan para lanzar un par de dados.
- 4.- Si se obtiene el doble (ejemplo 3 y 3) se resta del número de la pantalla.
- 5.- Si no sale doble, se suma al doble de la pantalla.
- 6.- Gana quien después de 8 turnos tenga el número mayor en la pantalla.

APROXIMACIONES: REDONDEO Y TRUNCAMIENTO

Para **truncar un número** en cierta cifra decimal **se eliminan las cifras decimales que le siguen.**

Por ejemplo, **al truncar 3,1786 en las centésimas resulta 3,17.**

Para **redondear un número** en cierta cifra decimal hay que **fijarse en el valor de la siguiente cifra; si es mayor o igual a 5, sumamos 1 a la cifra a redondear, de lo contrario, la cifra se deje igual.**

Ejemplos:

3,235 redondeado a la centésima es 3,24

2,17353 redondeado a la diezmilésima es 2,1735

NOTACIÓN CIENTÍFICA

La notación científica es una forma de representar un número como el producto entre un número entre 1 y 10 y una potencia de 10:

$$a \cdot 10^n, \text{ con } 1 \leq a < 10, \text{ y } n \in \mathbb{Z}$$

Ejemplo:

La masa de la Tierra:

$$5.976.300.000.000.000.000.000 \text{ kg.} = 5,9763 \cdot 10^{24}$$

Recuerda: En notación científica; cuando el exponente de la potencia de 10 es un número positivo, indica el número de espacios que se debe correr la coma hacia la derecha.

$$-3,756 \cdot 10^7 = -37.560.000$$

Cuando es exponente de la potencia de 10 es un número negativo, indica el número de espacios que se debe correr la coma hacia la izquierda.

$$5,922 \cdot 10^{-4} = 0,0005922$$

2.- Para una campaña pro defensa de las ballenas, un grupo ecológico desarrolló como estrategia de difusión que cada uno de sus 40 miembros enviara una carta a 3 amigos. En ella se daba a conocer la situación de las ballenas y se pedía a su vez que cada uno repitiera la misma acción enviando copias de la carta a 3 personas más.

Si se consideran los envíos de los miembros del primer grupo a sus amigos como etapa 1 y los envíos de sus amigos a otras personas como etapa 2, y así sucesivamente, ¿Cuántas cartas son enviadas en cada una de las etapas:1, 2, 3, 4, 5?

Recuerda que el envío se inicia con $40 \cdot 3$ y luego se expresa el total de cartas por etapa con sucesivas multiplicaciones por 3, la primera no era una multiplicación de factores iguales, si lo son las siguientes; por lo tanto, el total de cartas enviadas se podría expresar como :

Etapa 1: $40 \cdot 3$

Etapa 2: $40 \cdot 3 \cdot 3$ ó $40 \cdot 3^2$

Y así sucesivamente. Esto marca una diferencia con el problema anterior en el cual siempre el factor era 6.

¿Cuántas personas, contando a los miembros de la asociación, son informadas hasta la etapa 4?

3.-Completa la siguiente tabla aplicando potencias

$4 \cdot 4 \cdot 4 =$	
$5 \cdot 5 =$	
El doble de dos por dos	
El triple de tres por tres	
Siete veces siete	
Diez veces diez	

4.- Descompón en forma multiplicativa cada uno de los siguientes números, obteniendo 2, 3, 4 factores según sea posible.

64

75

13

48

5

5.-Investiga ¿Cuáles son los números primos?

6.- En la organización de una fiesta de curso, la persona que organiza optó por realizar una cadena telefónica de manera que ella parte llamando a dos personas, esas dos continúan llamando a otras dos y así sucesivamente. Ha buscado un sistema de modo que no se repitan los llamados a las mismas personas. La primera etapa de la cadena la representa el llamado que realiza a las 2 personas; la segunda, aquella en la que esas personas llaman a otras dos, y así sucesivamente. ¿En qué etapa se realizan 4 llamados?, y ¿64 llamados? ¿Hasta que etapa se han realizado 8 llamados?

7.-Si cada persona llama a otras 4, ¿en qué etapa se realizan 4 llamados?, y ¿64 llamados? ¿Es posible que en alguna etapa se realicen exactamente 8 llamados? ¿Por qué?

8.-Hasta la tercera etapa, ¿Cuántos llamados se han realizado? Y sólo en la tercera etapa, ¿Cuántos se realizan?

9.-Realiza una comparación entre las dos cadenas
Y la diferencia en las potencias de ambas.

10.-En la cadena telefónica en la cual la persona que organizó la fiesta parte efectuando 2 llamados y debe comunicar la información a 30 personas, ¿Cuántas etapas de llamados deben hacerse, de manera que las personas sean avisadas sólo 1 vez?

11.- Si se piensa en diferentes cadenas telefónicas en la cual la cantidad de llamados que se realizan en la tercera etapa en cada una de ellas es :

216

64

125

27

1.000

¿Cuántos llamados realiza cada persona en cada una de esas cadenas?

¿Cuántos llamados en totales han realizado hasta esta tercera etapa?

Comparten las preguntas y los procedimientos usados para encontrar las respuestas.

12.- La medida del ancho del rectángulo es 10^5 y la medida del largo es 10^7
¿Cuál es el área del rectángulo?

13.- El largo de un segundo rectángulo de igual área que el primero es de 10^9
¿Cuál es la longitud del ancho?

14.- ¿Cuáles pueden ser las medidas de otros rectángulos (cuyas medidas correspondan a potencias de base 10) que tengan igual área que el rectángulo inicial?

¿Qué conclusión pueden establecer en relación con el producto y el cociente de dos potencias de igual base.

15.- ¿Cuál es el área de un rectángulo, cuyo largo es 6^4 y ancho es 2^4 ?